Soluzioni dell'appello del 31/01/2006

Sulla parte verticale della parete agisce la forza $F_1 = \rho g H^2 b/2 = 120172$ N con un braccio rispetto ad A pari a $b_1 = H/3 = 1.166$ m. Sul lato inclinato c'è invece la forza $F_2 = \rho g(H + L\sin\theta/2)Lb = 487504$ N con un braccio $b_2 = y_R - H/\sin\theta = 2.745$ m essendo $y_R = H/\sin\theta + L/2 + L^2/(12[H/\sin\theta + L/2]) = 8.79$ m. Dall'equilibrio dei momenti rispetto ad A si ottiene $F = (F_2 b_2 - F_1 b_1)/H = 325346$ H.

Dall'equazione di stato dei gas perfetti $\rho_1 = p_1/(RT_1) = 0.993$ Kg/m^3 mentre dalla conservazione della massa $U_0 = U_1(\rho_1/\rho_0)(D/d)^2 = 62.15$ m/s. Applicando l'equazione di bilancio della quantità di moto in forma integrale

$$-\rho_1 U_1^2 \sin\theta\pi D^2/4 + \rho_0 U_0^2 \pi d^2/4 - (p_1 - p_0)\sin\theta\pi D^2/4 = F_x = -63.83 \text{ N}.$$

e

$$-\rho_1 U_1^2 \cos\theta\pi D^2/4 - (p_1 - p_0)\cos\theta\pi D^2/4 = F_x = -398 \text{ N}.$$

Dalla relazione $E = f(U, \rho, L, \Omega, g)$ risultando $N = 6$ e $K = 3$ il teorema di Buckingham suggerisce che la stessa relazione si può scrivere mediante 3 gruppi adimensionali. Scegliendo come variabili ripetute ρ, L ed Ω si ottiene:

$$\frac{E}{\rho L^5 \Omega^2} = F\left(\frac{U}{\Omega L}, \frac{g}{L\Omega^2}\right).$$

Dall'equazione di Bernoulli generalizzata scritta tra la sezione d'ingresso A e quella d'uscita B si ha:

$$\frac{\Delta p}{\rho} + \frac{u_A^2}{2} + \frac{p_A}{\rho} + g z_A = \frac{u_B^2}{2} + \frac{p_B}{\rho} + g z_B + \sum_i f_i \frac{l_i}{d_i}\frac{u_i}{2} + \sum_j K_j \frac{u_j}{2}.$$

Si pone: $u_A \simeq 0$, $p_A = p_I$, $u_B = U_2 = 4Q/(\pi d_2^2) = 10.18$ m/s $z_B - z_A = h_2 = 9$ m. Nel tubo a sezione d_1, si ha $U_1 = 4Q/(\pi d_1^2) = 4.527$ m/s, $Re = U_1 d_1/\nu = 60630$ che con $\epsilon/d_1 = 0.003$ da diagramma di Moody dà $f_1 = 0.028$. Per i tubi a sezione d_2 si ha invece $Re = U_2 d_2/\nu = 90892$, $\epsilon/d = 0.0045$ ed $f_2 = 0.031$. Le perdite distribuite sono:

$$\sum_i f_i \frac{l_i}{d_i}\frac{u_i^2}{2} = \frac{l_1}{d_1}\frac{U_1^2}{2} f_1 + \frac{h_2 + l_3}{d_2}\frac{U_2^2}{2} f_2 = 2732 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad \text{e} \quad \sum_j K_j \frac{u_j^2}{2} = \frac{U_2^2}{2}3.4 + \frac{U_1^2}{2}0.5 = 181.3 \text{ m}^2/\text{s}^2.$$

. Con questi valori si ricava $\Delta p = 3028074$ Pa e $P = \Delta p Q = 2422.4$ W.
