

Soluzioni della prova del 26/01/2022

Le tre forze di pressione risultano $F_1 = \rho g h l_1 b = 619795.8$ N, $F_2 = \rho g (h + l_2/2) l_2 b = 905855.4$ N ed $F_3 = \rho g (h + l_2) l_3 b = 1191915$ N con dei bracci rispetto alla cerniera C , rispettivamente, di $b_1 = l_1/2 = 1.8$ m, $b_2 = y_R - h = 1.99$ m e $b_3 = l_3/2 = 1.8$ m, con $y_R = (h + l_2/2) + l_2^2/[12(h + l_2/2)] = 5.89$ m. Dall'equilibrio dei momenti si ha, infine, $F = (F_1 b_1 + F_2 b_2 + F_3 b_3)/l_2 = 1406592$ N.

Dall'equazione di Bernoulli si ha $\Delta p = \rho U^2/2$ mentre dalla legge di Stevino $\Delta p = \rho_m g h$. Uguagliando si ricava $U = \sqrt{2\rho_m g h/\rho} = 24.195$ m/s.

Entrambi i fenomeni si svolgono in aria, quindi risulta $\nu = \nu_m$ e $\rho = \rho_m$. Dall'uguaglianza dei numeri di Reynolds si ha $(U/U_m)(L/L_m) = (\nu/\nu_m) = 1$. Essendo i due fenomeni in similitudine dinamica saranno anche identici i coefficienti di resistenza $C_D = 2D/(\rho U^2 S) = 2D_m/(\rho_m U_m^2 S_m)$ da cui $D = D_m(\rho/\rho_m)(U/U_m)^2(L/L_m)^2 = D_m$ essendo $S/S_m = (L/L_m)^2$. Infine dalla relazione $P = DU$ si ricava $U = P/D_m = 113.07$ m/s.

Dall'equazione di Bernoulli generalizzata scritta tra l'ingresso (A) e l'uscita (B) si ha

$$\frac{U_A^2}{2} + \frac{p_A}{\rho} + gz_A = \frac{U_B^2}{2} + \frac{p_B}{\rho} + gz_B + \sum_i f_i \frac{l_i}{d_i} \frac{U_i^2}{2} + \sum_j k_j \frac{U_j^2}{2}$$

risultando: $U_A = U_B = U = 4Q/(\pi d^2) = 17.68$ m/s, $p_A = p_B$ e $z_A = z_B$. Si ha inoltre dall'equazione di stato dei gas perfetti $\rho = p/(RT) = 25.32$ Kg/m³ $Re = Ud/\nu = 2.44 \cdot 10^7$ ed $\epsilon/d = 0.000075$ (con $\epsilon = 0.045$ mm) per cui, dal diagramma di Moody, si ottiene $f = 0.0125$. Dalle tabelle per i gomiti flangiati si ha $K = 0.3$, per le perdite si avrà, quindi,

$$\sum_i f_i \frac{l_i}{d_i} \frac{U_i^2}{2} = \frac{300000}{1} f \frac{U^2}{2} = 20838826 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad \text{e} \quad \sum_j k_j \frac{U_j^2}{2} = 120 * 0.3 \frac{U^2}{2} = 5626.48 \text{ m}^2/\text{s}^2.$$

Da questi dati si ricava per il Δp della pompa $\Delta p = 5.28 \cdot 10^8$ Pa che dà una potenza $P = \Delta p Q = 2.63 \cdot 10^9$ W.